ソフトコンピューティング演習

第３回　ニューラルネットワークＩ－ パーセプトロン

講義用 HP：http://www.robot.t.u-tokyo.ac.jp/dcm/lec/softcomp.htm

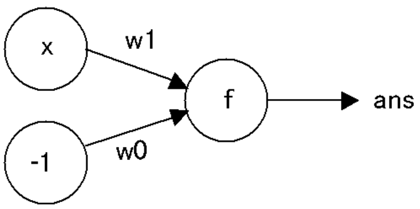
人工ニューラルネットワーク（ANN）はパターン認識などの入力と出力の相関関係を導く関数近似手法として一般に用いられる．ここでは，ニューラルネットワークの中でも最も単純なパーセプトロンについての理解を深めることを目的とする．

1. 単層パーセプトロンの概念

図１は単層パーセプトロンモデルと呼ばれ，入力値 x を２つのグループ（領域 1，領域 2）に分類するネットワークである．この分類の決定境界は，重み w0,w1 によって決定され，出力値である 0，１の２値が領域 1,2 に対応付けられる．なお，図１の「-1」の値をもつニューロンはバイアスニューロンと呼ばれる仮想入力である．

1.1 単層パーセプトロン（１次元）

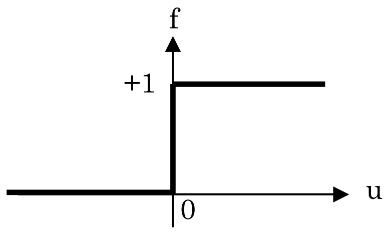
一次元変数入力の場合，一次元数直線が境界点により２種類の領域に分類される．



$$ans = f\left(x * w1 - 1 * w0\right)$$

$$-1.0 \le w_i \le +1.0 \quad (i = 0, 1)$$

図１ 単層パーセプトロンモデル（１次元）



$$\mathrm{f(u)} = \begin{cases} 1 & \text{if } u \ge 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

図２ ニューロンの内部状態

表１ 単層パーセプトロンの領域分類方法（１次元）

分類	方程式	ans
領域 1	$x * w1 - w0 \ge 0$	+1
境界点	$x = w0 / w1$	
領域 2	$x * w1 - w0 < 0$	0

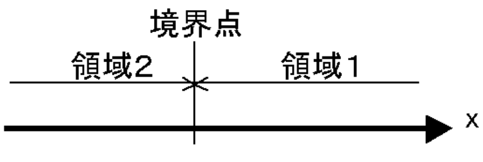
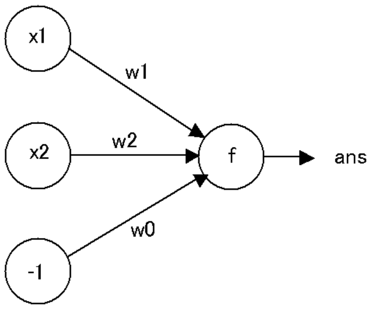


図３ 単層パーセプトロンの領域分類方法（１次元）

2008 年 12 月 12 日

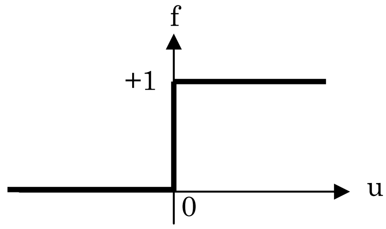
1.2 単層パーセプトロン（２次元）

2 次元変数入力の場合，2 次元平面が境界線により 2 種類の領域に分類される.



$$ans = f\left(x1 * w1 + x2 * w2 - 1 * w0\right)$$
$$-1.0 \le w_i \le +1.0 \quad (i = 0, 1, 2)$$

図 4 単層パーセプトロンモデル（２次元）



$$\mathrm{f(u)} = \begin{cases} 1 & \text{if u} \ge 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

図 5 ニューロンの内部状態

表 2 単層パーセプトロンの領域分類方法（2 次元）

分類	方程式	ans
領域 1	$x1 * w1 + x2 * w2 - w0 \ge 0$	+1
境界線	$x2 = (-w1 / w2) * x1 + w0 / w2$	
領域 2	$x1 * w1 + x2 * w2 - w0 < 0$	0

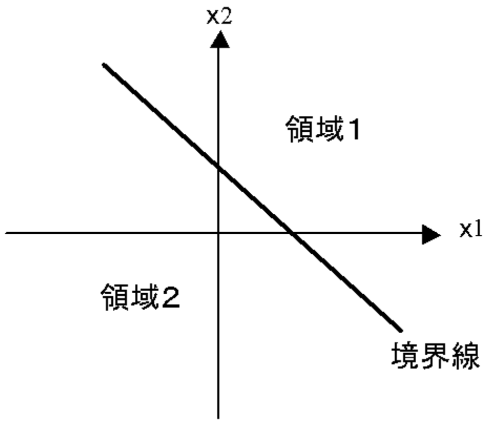


図 6 単層パーセプトロンの領域分類方法（２次元）

1.3 ヘッブ学習則（Hebbian's rule）による重みの決定

Hebb 学習則は D.O.Hebb（1961）が提唱したものである．入力と出力には 0 か 1 の 2 値の離散値が利用されるという前提条件の下，以下に示した式を用いて各重みを更新を行う．ここで，x_i は入力（0 か 1），ans は出力（0 か 1），alpha は学習率であり通常 1 付近の数に設定する．

$$w_i(n+1)=\begin{cases} w_i(n)+alpha*x_i & \text{if} \quad f\left(\sum_{i=0}^{M-1} w_i x_i\right) < Desired\,Output \\ w_i(n)-alpha*x_i & \text{if} \quad f\left(\sum_{i=0}^{M-1} w_i x_i\right) > Desired\,Output \\ w_i(n) & \text{if} \quad f\left(\sum_{i=0}^{M-1} w_i x_i\right) = Desired\,Output \end{cases}$$

i: 入力変数番号　　n: 学習ステップ　　$alpha$: 学習率　　M: ニューロン数

この学習則は，入力と出力が 0 と 1 の離散値となるので入力と出力が一致した時に重みを変更するような仕組みであり，学習率 alpha は重みの学習の 1 ステップにおける変化量を決定するものとなる．学習率が高いほど学習する回数が少なくて済むといった利点が得られる反面，出力の正解率が低くなるといった欠点も生じる．逆に，学習率が小さいと学習回数が増加するが出力の正解率は上がる．

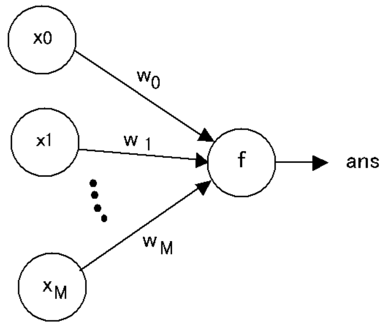


図 7 単層パーセプトロンモデル

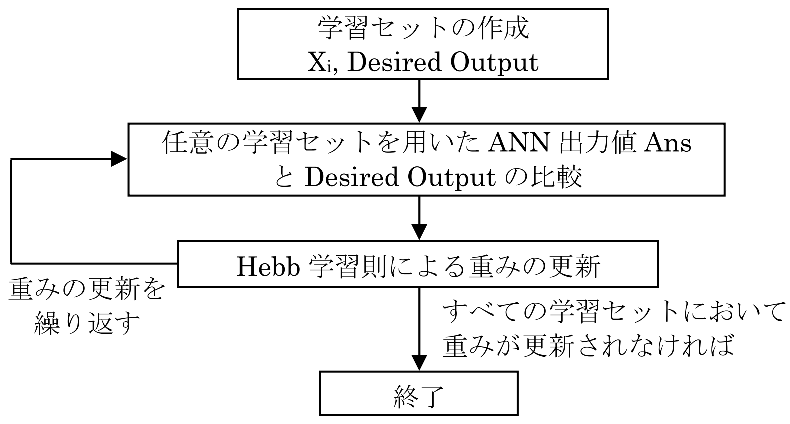


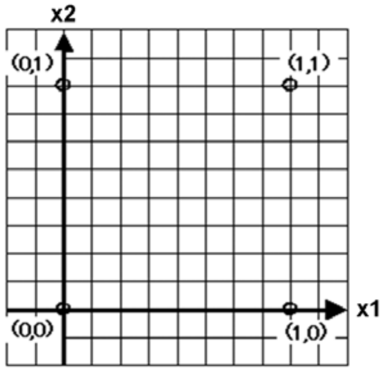
図 8 Hebb 学習のフローチャート

[課題１a] 先に説明した２次元変数入力の単層パーセプトロンの概念を用いて，論理和演算器となる単層パーセプトロンの重み(w0, w1, w2)の条件式を導き，x1-x2 座標系にその条件を満たす境界線を引け．なお，ニューロンの内部状態は図 5 を参照すること．

論理和（OR）

ans = x 1+ x2

X1	X2	Ans
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1



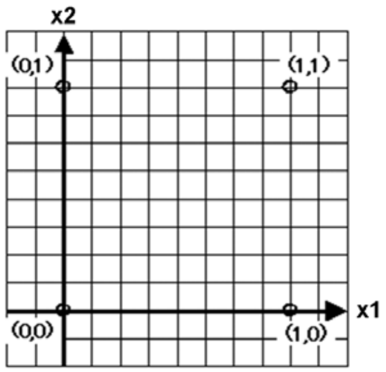
[課題 1b] 以下の初期値を用い，論理積演算器となる単層パーセプトロンをヘッブ学習則により重みを求めよ．また，その条件を満たす境界線を x1-x2 座標系に描画せよ．なお，ニューロンの内部状態は図 5 を参照すること．

初期条件: alpha=0.3, w0=0.5, w1=0.5, w2=0.5 （$-1.0 \le w_{0,1,2} \le +1.0$）

論理積（AND）

ans＝x1・x2

X1	X2	Ans
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

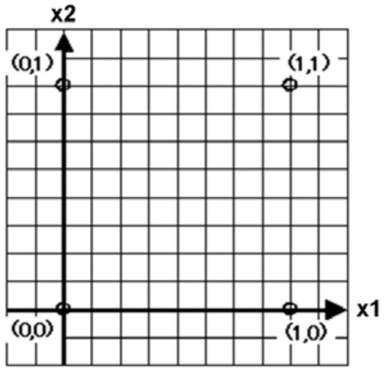


[課題 1c] 先の課題において論理和と論理積の演算器を単層パーセプトロンにより作成した．この他の論理演算器として排他的論理和演算器を挙げることができるが単層パーセプトロンでの作成は不可能となる，その理由を述べよ．

排他的論理和（EOR）

ans=NOT(x1)・x2＋x1・NOT(x2)

X1	X2	ans
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0



2008 年 12 月 12 日

2. 多層パーセプトロン（多層ネットワーク）

排他的論理和演算器は，単層パーセプトロンでの作成は不可能であり，２層以上のネットワーク構造で作成する必要がある．ここでは，多層パーセプトロンを説明する．

2.1 多層パーセプトロンの概念

多層パーセプトロンの最大の特徴は，複数の境界線により領域を複数に分類できることにある．下図は多層パーセプトロンの概念を示している．特に図の多層パーセプトロンは，単層パーセプトロンの入力に 2 つの単層パーセプトロンの出力が接続されている構造であり，単層パーセプトロンの階層構造化とみなすことができる．そのため，第２層目の２ニューロンにおいて各々領域は 2 つに分類されており，最後の第３層目のニューロンでは，領域 1,2,3,4 に基づき得られる 4 つの領域が，Ans3 が 0 もしくは 1 となる 2 種類の領域に分類される(領域 5,6)。なお，ニューロンの内部状態は図 5 を参照してください．

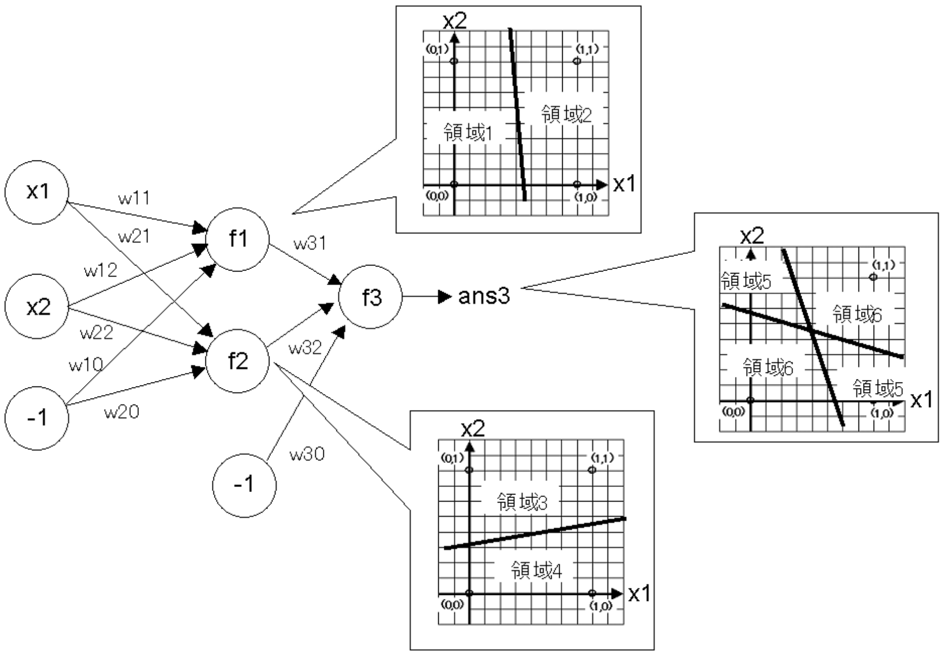


図 9 多層パーセプトロン概念図
（*領域 5,6 を分類している境界線は，領域 1,2,3,4 を分類している線と異なるので注意）

表 3 多層パーセプトロンの領域分類方法（2 次元）

分類	方程式 （$-1.0 \le w_{ji} \le +1.0$）	Ans1,2,3
領域 1	$x1 * w_{11} + x2 * w_{12} - w_{10} \ge 0$	$ans_1 = +1$
領域 2	$x1 * w_{11} + x2 * w_{12} - w_{10} < 0$	$ans_1 = 0$
領域 3	$x1 * w_{21} + x2 * w_{22} - w_{20} \ge 0$	$ans_2 = +1$
領域 4	$x1 * w_{21} + x2 * w_{22} - w_{20} < 0$	$ans_2 = 0$
領域 5	$ans_1 * w_{31} + ans_2 * w_{32} - w_{30} \ge 0$	$ans_3 = +1$
領域 6	$ans_1 * w_{31} + ans_2 * w_{32} - w_{30} < 0$	$ans_3 = 0$

2.2 Behavior-based ネットワークの概念

多層パーセプトロンなどのニューラルネットワークは空間を入力に対応して複数領域に分類することができるため，条件分岐プログラム（if 文）として利用されることもある．つまり，倒立振り子のファジー制御演習において作成したプログラムに組み込むことも可能といえる．例えば，入力を角度情報とし，出力を振り子が上第 1･2 象限（上半分）にあるか第 3･4 象限（下半分）にあるかという 2 状態判別に適用できる．このように特定の状態を判別し，その制御法の切り替えを行う役割を行うニューラルネットワークは一般に Behavior-based ネットワークと呼ばれる．

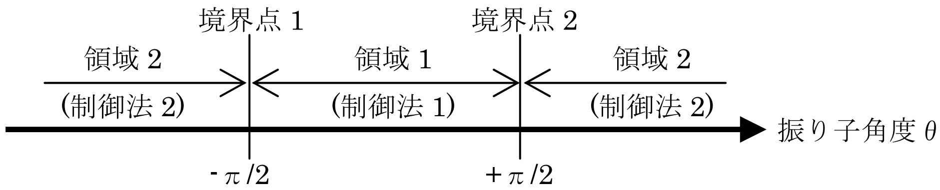
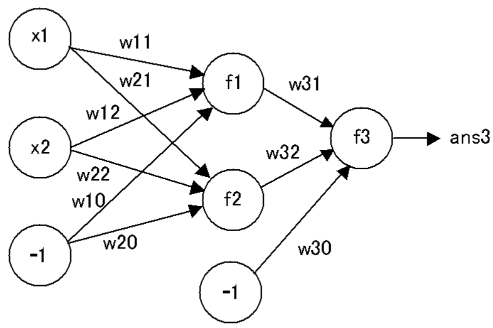


図 10 Behavior-based ネットワークによる倒立振り子制御の例

[課題 2] 下図の多層パーセプトロンモデルで排他的論理和演算器を作成したい. 以下に示される変数の初期値を用いて，ヘッブ学習則により第二層の重み(w30, w31, w32)を更新し，排他的論理和演算器となる重みを求めよ．なお，ニューロンの内部状態は図 5 を参照.



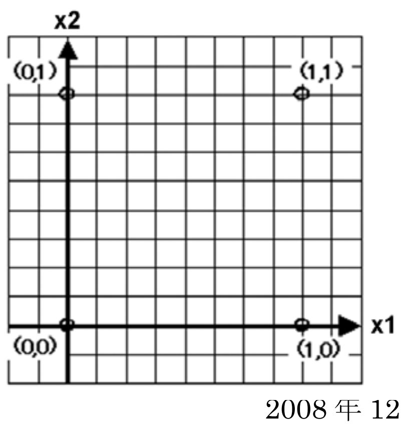
$$-1.0 \le w_{ji} \le +1.0 \quad (i = 0,1,2. \quad j = 1,2,3)$$

<u>初期条件：</u>

alpha=0.2,	w10=0.2,	w11=+0.6,	w12=+0.5,
	w20=0.7,	w21=+0.4,	w22=+0.6,
	w30=-0.5,	w31=+0.5,	w32=+0.5

Ans3=NOT(x1)・x2＋x1・NOT（x2）

X1	X2	Ans3
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0



2008 年 12 月 12 日