

# カメラによる降雪観測に基づく雪片サイズと数密度の推定への応用

○松山 莞太<sup>1</sup>, 金子 俊一<sup>2</sup>, 和田 直史<sup>3</sup>, 高氏 秀則<sup>4</sup>, 山下 淳<sup>5</sup>

1: 北海道大学大学院 情報科学研究科, 2: かずさ DNA 研究所,

3: 北海道科学大学, 4: 北海学園大学, 5: 東京大学大学院工学系研究科

matsuyama.kanta.a3@elms.hokudai.ac.jp

概要: ビデオカメラを用いることで簡便かつ実時間に雪片パラメータ  $D$  と  $n$  を計測する方法を提案する. この手法では, 降雪時に壁面などを背景として降雪動画像系列を撮影し, 壁とカメラの間にある雪片を計測し, 雪片と壁面の面積比からパラメータ推定を行う.  $M$  モデルという基本モデル, および連続可変雪片径を導入した  $GMM$  モデルという2つの数理モデルを設計した. 計算機シミュレーションおよび実画像データを用いた実験により, モデルの妥当性を検証した.

<キーワード> 降雪量, 気象観測, 降雪パラメータ, 雪片径, 数密度, 画像センシング

## 1. 序論

気象観測において, 降雪量( $SR[m/h]$ )の推定は重要な課題であり, 地面に積もるべき積雪量で定義される. また, 気象レーダーの反射率  $Z$  との関係  $Z = aSR^b$  に基づいて推定されることも多い[1]. パラメータ  $a, b$  は雪片の直径  $D$  と単位体積あたりの雪片数  $n$  などに依存し, それらを推定するためにはディストロメータが用いられるが, 時間応答の遅さによりリアルタイムな計測が難しいといった問題がある[2].

そこで, 本研究ではビデオカメラを用いることで簡便かつ実時間に雪片パラメータ  $D$  と  $n$  を計測する方法を提案する. この手法では, 降雪時に壁面などを背景として降雪動画像系列を撮影し, 壁とカメラの間にある雪片を計測し, 雪片と壁面の面積比からパラメータ推定を行う. ディストロメータとは異なり, 画像の画素ごとのデータを用いて推定するので, 画像サイズ分のデータを1枚の画像から採取できるため, より早い時間応答を実現することができる. この特性によって, 降雪量推定は簡便になり様々な分野における応用が期待できる. さらに, 提案手法を拡張することで, 雪片サイズ  $D$  が一様でない降雪を観測し, そのサイズの分布を画像から計測する方法を提案する.

提案手法は副作用として, 降雪画像から雪片のみを除去した鮮明化画像を復元することができる. 従来手法とは異なり, 降雪現象に立ち返っているため, より正確な復元が期待できる.

## 2. 手法の全体像

本手法は主に次のような3段階から構成される. まず, ビデオカメラの設置とデプスマップの作成である. カメラは降雪片を含む建物の壁などの壁面に向けて固定

される. 次に一定サンプリング時間でフレームを撮影し連続画像データを取得する. 第3段階の画像解析によって雪片パラメータを推定する. 画像全体に占める雪片と背景の割合を計算し, 背景率  $p_m$ , 顕背景相対度数  $p_m$  というサンプル値を十分に収集する. この二つのサンプル値を含む連立式に基づく統計的推定を行うことで, 降雪の強さを表す雪片パラメータの推定値を得る. この過程の中で, 画像中の雪片画素の抽出・除去を可能としている.

### 2.1. 雪片と背景の混色現象

ピンホールカメラモデルを用いる. 焦点距離  $f$ , 画素サイズ  $d$ , 背景までの距離を  $z$  とする. カメラ前方に広がる空間を降雪空間とし, まず初めに一定値の直径  $D[mm]$  の同一球形の雪片が単位体積あたり  $n[m^{-3}]$  個分布する状況を考える. のちに, これを可変サイズの雪片が分布する降雪空間に拡張する. 図1は, 降雪時に単色看板を背景として撮影した画像を拡大したものある. この画像を注意深く見ると, オレンジ色の枠で囲った部分では真白雪片が写っており, 水色の枠で囲った部分では単色の背景の色が明瞭に確認できる. 緑色で囲った部分は雪の色とも背景の色ともとれない中間色が写っている. このよう標本化の過程において現れる混色現象について考える. 図2は同一サイズの球形雪片が背景色を遮蔽する現象を示しており, 撮像素子サイズと雪片までの撮像距離に依存していくつかのパターンに分けられる.  $S1$  と  $S2$  はカメラの近傍にあり画素を完全に遮蔽しているが, その他の雪片はその一部のみが画素を遮蔽するというモデルである. 雪片が全く投影されない画素には, 混色は起こらず背景色のみが撮影される. その他の画素に関しては, 部分的に雪片が覆っており, 1画素を背景と雪片が共有している. この画素で出力される

明度値  $I_{out}$  は、雪片の明度値  $I_{snow}$ 、背景の明度値  $I_{back}$ 、背景の割合  $\hat{p}_m$  とすれば、二つが混色することを考えると

$$I_{out} = (1 - \hat{p}_m)I_{snow} + \hat{p}_m I_{back} \quad (1)$$

と表すことができる。これを混色モデルと呼ぶ。図2において、雪片に覆われた黄色画素を顕雪画素、雪片が写っていない水色画素を顕背景画素、その他を混雪画素と定義する。

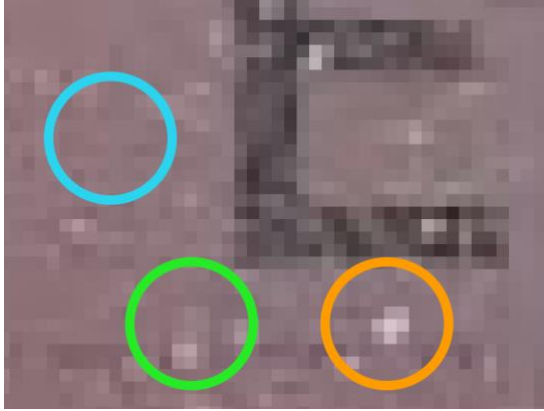


図1 降雪空間における降雪画像

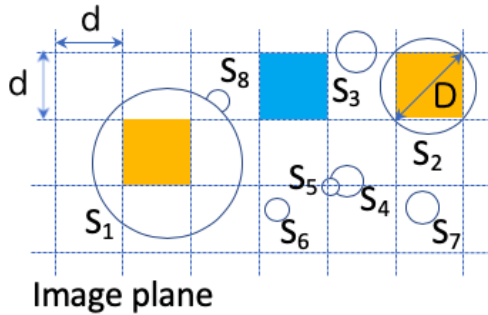


図2 雪片と背景との混色現象の類型化

## 2.2. 背景率 $p_m$

式(1)にある背景の割合  $\hat{p}_m$  の期待値を背景率  $p_m$  とする。これは標本化前の画像全体のうち雪片に遮蔽されていない部分の割合となる。我々の扱う降雪空間のように、一定サイズの粒子が浮遊する空間内の距離  $z$  の行程を経る輝度分布や光エネルギーの減衰率は、ランベルトベールの法則により、 $p_m(z) = \exp(-nSz)$  と表せる[4]。ここでは一様な背景色自体の輝度分布の減衰を考えている。 $S$  は粒子の正射影面積、 $n$  は単位体積あたりの粒子数、 $z$  は被写体までの光軸上の距離である。雪片の粒子サイズが一定であれば、カメラ撮像面上に雪片が投影される面積を  $A_{all} [m^2]$ 、壁面が投影される面積を  $A_{back}[m^2]$  とし、 $S = \pi(D/2)^2$  とすれば

$$\frac{A_{back}}{A_{all}} = p_m(z) = \exp\left(-n \frac{\pi D^2}{4} z\right) \quad (2)$$

と表すことができる。式(2)をここではMモデルと呼ぶ。一方、画像処理を経て背景率の推定値を取得する場合には、式(1)に  $I_{back}$ 、 $I_{snow}$  と画素の輝度値  $I_{out}$  を代入することで求めることができ、その推定値を式(2)の数理モデルに与えることにより、モデル内の降雪パラメータを推定することが可能となる。

## 2.3. 顕背景率 $p_b$

顕背景画素の出現頻度を顕背景率  $p_b$  として定義する。詳しい導出は補足1に示すが、 $\alpha = zd/f$  とすれば、背景までの距離  $z$  に応じて

$$p_b(z) = \exp\left(-n \frac{z}{3} \left(\alpha^2 + 3\alpha D + \frac{3}{4}\pi D^2\right)\right) \quad (3)$$

と表すことができる。

$p_m$  と  $p_b$  の双方を利用することにより、雪片径  $D$  と数密度  $n$  を推定することが可能となる。その方法を説明する。式(2)と式(3)を連立することで、 $D$  と  $n$  を次のように陽に表すことができる。

$$D = \frac{2z_b d}{f \sqrt{12 \frac{\ln p_b}{\ln p_m} - 3}} \quad (4)$$

$$n = -\ln p_m \left(\frac{f}{2d}\right)^2 \frac{1}{z^3} \left(\sqrt{12 \frac{\ln p_b}{\ln p_m} - 3} - 3\right)^2 \quad (5)$$

本研究においては、これらの定式を主に計算機シミュレーションの中で利用している。シミュレーションによる数理モデルの確認は我々の研究においては非常に重要であり、その方法については追って詳しく述べることとする。

## 3. GMM モデル

### 3.1. 雪片粒径分布の導入

以上では雪片サイズ(直径  $D$ )を一定固定としていたが、実世界の降雪では、雪片はさまざま径のものが混ざっている。その粒径分布  $N(D)$  を回帰数理モデル

$$N(D) = N_0 \exp(-\Lambda D) \quad (6)$$

で表すことができるという報告がある[3]。ここで  $N_0$  は極微小雪片数、 $\Lambda$  は個数減衰率を表す。先に定式化した式(2)のモデルに上式の粒径分布を導入する。

### 3.2. 背景率 $p_m$ の拡張

例えば、2つの雪片径  $D_1$  (密度  $n_1$ ) と  $D_2$  (同  $n_2$ ) が混在するとき、それぞれの雪片に関する背景率を  $p_{m1}$ 、 $p_{m2}$  とする。混在する場合の背景率  $p_{m12}$  はこれらの積で表すことができる。

$$p_{m12} = p_{m1} \times p_{m2} \quad (7)$$

この混在背景率は雪片どうしが重複する場合も含んでいる。なぜならば、個々の背景率自体が重複現象をも考慮して定義されている値であるからである(先に引用したランベール・ベール則も同様である)。上式を複数サイズの定式化として拡張することにより次式を得る。

$$p_{m12\dots} = \prod_{i=1} p_{mi} \quad (8)$$

上式を連続した雪片サイズを扱うモデルに拡張する。式(6)によれば、雪片径  $D_1$  の密度  $n_1$  は次式で求めることができる。

$$n_1 = N_0 \exp(-\Lambda D_1) \Delta D \quad (9)$$

ここで  $\Delta D$  は雪片径  $D_1$  を中心とする有限の微小幅である。これを用いて、対応する背景率は M モデルを用いることにより、

$$p_{m1} = \exp\left(-\left(N_0 \exp(-\Lambda D_1) \Delta D\right) \frac{\pi D_1^2}{4} z\right) \quad (10)$$

と書くことができる。上式と式(8) とを用いることにより、複数雪片径の混在する背景率は

$$p_{m12\dots} = \exp\left(-\frac{N_0 \pi}{4} \sum_{i=1} \exp(-\Lambda D_i) D_i^2 \Delta D z\right) \quad (11)$$

上式の  $\Delta D$  に関する無限小の極限值として次式の積分モデルを得る。

$$p_m(z) = \exp\left(\int_0^{\infty} -N_0 \exp(-\Lambda D) D^2 z dD\right) \quad (12)$$

指数内にある積分を解いて、次式を得る。

$$p_m(z) = \exp\left(-\frac{\pi}{2} \frac{N_0}{\Lambda^3} z\right) \quad (13)$$

先に M モデルにおいて定式化した顕背景率  $p_b$  も GMM モデルにおいては  $p_m$  と同様の方法で求めることができる。結果は次式となる。

$$p_b = \exp\left(-N_0 \frac{z}{3\Lambda^3} (\alpha^2 \Lambda^2 + 3\alpha\Lambda + 6\beta)\right) \quad (14)$$

さらに、 $\Lambda$  および  $N_0$  をも次のように求められる。

$$\Lambda = \frac{3f}{2zd} \left( \sqrt{\frac{2}{3} \pi \frac{\ln p_b}{\ln p_m} - \frac{2}{3} \pi + 1} - 1 \right) \quad (15)$$

$$N_0 = -\frac{12}{z\pi} \Lambda^3 \ln p_m \quad (16)$$

#### 4. シミュレーションによる実験

以上に示した降雪パラメータ  $D$  と  $n$ 、または  $\Lambda$  と  $N_0$  を求めるための GMM モデルの妥当性を、それぞれシミュレーションによって検証した。まず、 $D$  と  $n$  の推定の妥当性を示すために、 $f=18\text{mm}$ 、 $z=11.4\text{m}$ 、 $d=75 \mu\text{m}$ 、画像サイズ:  $100 \times 100$  画素、雪片色  $I_{\text{snow}}=255$ 、背景色  $I_{\text{back}}=0$  の設定で降雪状況をシミュレートし、1000 枚の画像を収集した。図 3 は生成された画像の一例である。図 4 は推定値の推移を示す。2つ

の降雪パラメータとも、画像データの増加に伴い真値 ( $n=100\text{m}^{-3}$ 、 $D=1.5\text{mm}$ ) に収束していく様子がわかる。

GMM モデルにおける降雪パラメータ  $\Lambda$  と  $N_0$  の場合も、上記と同様の手順を踏むことで、妥当性を示すことができた ( $N_0=2670$ 、 $\Lambda=21$ )。結果を図 5 に示す。



図 3 シミュレーション画像の例

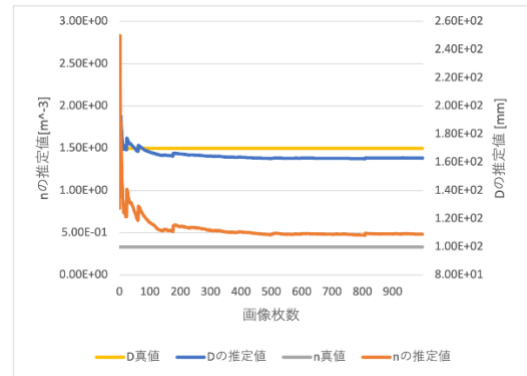


図 4 M モデルにおける降雪パラメータの推定

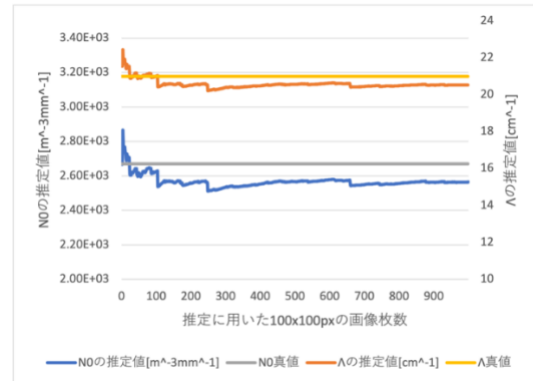


図 5 GMM モデルにおける降雪パラメータの推定

プログラミング言語 Processing を用いて、降雪画像を生成し、 $p_m$  は式(1)を用い、 $p_b$  は  $I_{\text{back}}$  の輝度をとる割合として求めた。

シミュレーションにおいては次のような単純化を行った。1)一定雪片明度、2)一定背景明度、3)有限シャッター間隔の影響は無視し、4)雪片は全て球形である。

本研究における降雪空間分割においては、混色現象が基本となるので、これを計算機内において

仮想的に模擬する必要がある．ここでは実背景サイズを  $1500 \times 1500$ ，撮像画像サイズを  $100 \times 100$  として，細かな混色現象の再現を試みている．

## 5. 実画像実験

用いた実画像を図6に，撮影条件はシミュレーションと同様とした．カメラ NIKON D800E，レンズ AF-S DX VR Zoom-Nikkor 18，露出時間 1/6400，撮影日時 2020/2/19 12:44:33 とした．



図6 実画像の例

### 5.1. しきい値推定アルゴリズム

一般に，雪片が背景よりも高い明度値をもつと仮定する．任意の画素を選んで時系列画素値データを得，ヒストグラムを作成する．先に導入した混色現象モデルに基づけば一定背景明度は様々な混色現象によって正規分布によって近似できると思われるが，一方，図2に示した顕雪画素は雪片色自体を保持すると考えられる．この分布は少ないながらもヒストグラムに含まれている．この部分を選択的に取り出すしきい値を求めたい．高い設定値より始めてしきい値を仮定し，それ以上の明度値を削除した残りのヒストグラムに対する正規性検定を行う．具体的には  $\chi^2$  乗分布に基づく統計的検定法を用いる．これを XT アルゴリズムと呼ぶ．

このアルゴリズムにより，雪片抽出を行うためのしきい値を推定し，雪片数密度  $n$  と雪片径  $D$  を求めた．図7に XT アルゴリズムの適用の様子を示す．図8は算出されたすべての  $\chi^2$  乗値の推移を示す．これより，極小値付近に安定は谷が見える．

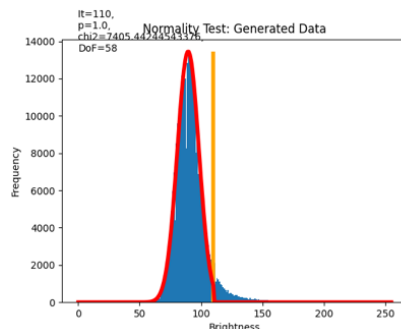


図7 XT アルゴリズムによるしきい値推定

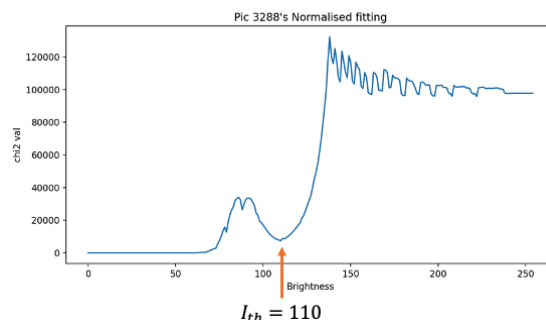


図8  $\chi^2$  乗値の推移

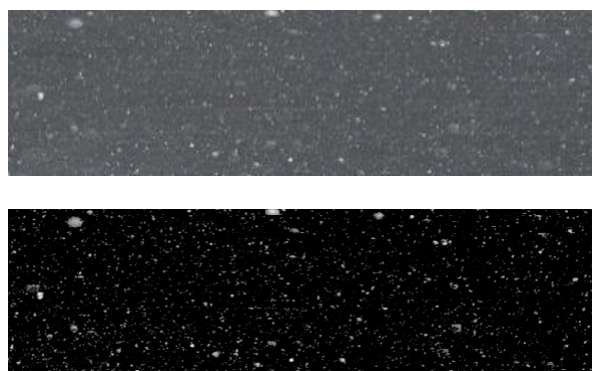


図9 (上)しきい値推定に用いたサンプル実画像．  
(下)しきい値処理された同一画像

図9は用いたサンプル画像としきい値処理された同一部分画像を示す．XT アルゴリズムの出力したしきい値 110 は，かなり小さな雪片をも抽出している様子であることにも注目したい．

### 5.2. 推定値に関する具体的検討

我々の XT アルゴリズムは最適しきい値 110，および推定値  $\hat{p}_m = 0.9255$  を出力した．GMM モデルの元となった文献[3]による降雪の粒径数分布の回帰式  $N(D) = N_0 \exp(-\Lambda D)$  を用いて，M モデルにおいて使用する雪片数密度を

$$n = \int_{0.001}^{\infty} N_0 \exp(-\Lambda D) dD \quad (17)$$

とし，その解を雪片サイズ  $D \geq 0.001\text{m}$  の範囲で

$$n = \frac{N_0}{\Lambda} \exp(-0.001\Lambda) \quad (18)$$

と求めた。一方、札幌地域の当日時気象データ[5]より、積雪量  $R = 1.5[\text{mm/h}]$  を知ることができる。文献[3]より積雪量  $R = 1.1$  の回帰モデルより、 $\Lambda = 24.5 \times 10^2[\text{m}^{-1}]$ ,  $N_0 = 2670 \times 10^3[\text{m}^{-4}]$  が得られる。これより算出した雪片数密度は  $n = 94.0[\text{m}^{-3}]$  となり、Mモデルに基づく推定式

$$D = \sqrt{-\ln p_m \times \frac{1}{nz}} \quad (19)$$

を用いて、先の推定値  $\hat{p}_m = 0.9255$ 、および  $z = 11.4[\text{m}]$ ,  $n = 94.0[\text{m}^{-3}]$ を用いると、結果として

$$\hat{D} = 5.6[\text{mm}]$$

が得られる。この推定雪片サイズをどう評価するかが問題であるが、文献[3]によれば、 $0.8 \leq D \leq 23[\text{mm}]$ とあることより我々は実現可能な値とは思われる。ただし  $1 \leq D \leq 1.93[\text{mm}]$ の雪片が90%を占めるといふ観測もあり、我々の推定値はやはり大きめであることがわかる。この傾向に関する検討を必要とするが、今後の課題としたい。

## 6. 結論

カメラによる撮影に基づく降雪量の実時間推定手法を提案した。2つの数理モデル：MモデルとGMMモデルを設計し、それらの妥当性について検討した。計算機シミュレーションおよび実画像データに基づく検証の結果、推定値にある種のバイアスは見られるものの、利用可能な数理モデルであろうと確認した。

今後の課題としては、より多くの気象データおよび撮影画像データを用いた検証を行う予定である。

## 補足 頭背景率 $p_b$ の導出

頭背景率を導出する。雪片が一切映り込まない空間容積を求めるために、画素を透視投影的に拡大した四角錐部分空間を考える。この際、雪片径をも考慮した余分部分(縁部分)も考慮に入れる。この体積を次式で求めた。

$$V = \frac{z}{3} \left( \left( \frac{zd}{f} \right)^2 + 3 \frac{zd}{f} D + \frac{3}{4} \pi D^2 \right) \quad (20)$$

この体積  $V$  の空間には  $nV$  個の雪片が含まれると期待される。このとき、 $k$  個の雪片が含まれる確率は次のポアソン分布で与えられる。

$$P(X = k) = \frac{(nV)^k}{k!} \exp(-nV) \quad (21)$$

今、雪片数  $k = 0$  とすれば、雪片の存在しない確率、即ち頭背景率を算出することができる。

$$P(X = 0) = p_b(z) = \exp(-nV) \quad (22)$$

これに式(20)の  $V$  を代入して最終定式を得る。

**謝辞** 北海道大学 情報科学研究科 工学博士田中孝之先生には日頃から有効な議論をいただき感謝の意を表します。

## 参考文献

- [1] Y. Fujiyoshi, T. Endoh, T. Yamada, K. Tsuboki, Y. Tachibana, and G. Wakahama, "Determination of aZ-RRelationship for snowfall using a radar and high sensitivity snow gauges," *J. Appl. Meteorol.*, vol. 29, no. 2, pp. 147–152, Feb. 1990.
- [2] Kruger, A., & Krajewski, W. F. (2002). Two-Dimensional Video Disdrometer: A Description, *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 19(5), 602-617.
- [3] Gunn, K. L. S., & Marshall, J. S. (1958). THE DISTRIBUTION WITH SIZE OF AGGREGATE SNOWFLAKES, *Journal of Atmospheric Sciences*, 15(5), 452-461.
- [4] IUPAC, Compendium of Chemical Terminology, 2nd ed. (the "Gold Book") (1997). Online corrected version: (2006–) "Beer–Lambert law". doi:10.1351/goldbook.B00626
- [5] 気象庁 | 過去の気象データ検索 URL: [https://www.data.jma.go.jp/obd/stats/etrn/view/hourly\\_s1.php?prec\\_no=14&block\\_no=47412&year=2020&month=2&day=19&view=](https://www.data.jma.go.jp/obd/stats/etrn/view/hourly_s1.php?prec_no=14&block_no=47412&year=2020&month=2&day=19&view=)

**松山莞太**：2020年北海道大学工学部卒業，2020年4月より北海道大学大学院情報科学研究科システム情報科学専攻に在籍．画像処理の研究に従事．

**金子俊一**：昭和30年生．1978年北海道大学工学部卒業，1980年同大学院工学研究科修了．東京農工大学工学部数理情報工学科助手として画像計測の研究に従事．1991年同助教授．1996年北海道大学工学部助教授，2004年同大学院情報科学研究科教授．2020年定年退職．同年かずさDNA研究所特別客員研究員．ロバスト画像処理，3次元形状計測の研究に従事．工博．

**和田直史**：2004年北海道大学大学院工学研究科修士課程了．2004-2009年(株)東芝，2009-2016年(株)サムスン日本研究所にて勤務．2015年北海道大学大学院情報科学研究科博士課程了，博士(情報科学)．2016年北海道科学大学講師，2020年同大学准教授．画像・映像処理の研究に従事．

**高氏秀則**：北海学園大学工学部教授．北海道大学大学院工学研究科博士(工学)．

ロバスト画像照合，ロボットビジョンの研究に従事。  
精密工学会，電子情報通信学会，日本ロボット学会などの  
会員。

**山下淳** :2001年3月東京大学大学院工学系研究科精密機械  
工学専攻博士課程修了，  
博士（工学）。静岡大学助手，助教，准教授を経て，2011年  
10月東京大学大学院  
工学系研究科精密工学専攻准教授，現在に至る。知能ロボ  
ット，コンピュータビジョン，画像処理の研究に従事。