

移動ロボットの軌道生成のためのすれ違いにおける 歩行者の行動パターンのモデル化

○ 寺田善貴 (東京大学), 田村雄介 (東京大学), 山下淳 (東京大学), 浅間一 (東京大学)

Modeling Behavior Patterns of Pedestrian for Path Planning of Mobile Robots

○ Yoshitaka TERADA (The University of Tokyo), Yusuke TAMURA (The University of Tokyo),
Atsushi YAMASHITA (The University of Tokyo) and Hajime ASAMA (The University of Tokyo)

Abstract— A pedestrian model that describes behavior of pedestrians that interact with a robot was proposed. The model divides human behavior into patterns. The distribution of human position and direction of each behavior pattern is determined by learning through observation. The behavior pattern of a pedestrian could be estimated correctly by likelihood calculation. The model also could predict human trajectory. Results show that the prediction of human trajectory would be more precise by dividing human behavior into patterns. The model is applicable to robot's path planning since it could predict humans' behavior that interact with a robot.

Key Words: pedestrian model, mobile robot

1. はじめに

近年, 人の生活空間で活動するロボットの研究が盛んに行われている. 人との共存環境下で運用されるロボットには, 安全性を確保することが最優先課題となる. しかしながら, そのようなロボットは安全性を確保するために低速で運用されることが多く, その作業効率が損なわれるという問題点がある.

その問題点の解決のために, Thompson らはあらかじめ人の歩行の様子をセンサで計測し, その移動経路を予測することにより, 人とロボットにとって安全な経路計画をする研究を行っている [1]. しかしながら, この研究ではロボット自体が環境内にいるときの人の行動については考慮していない. ロボットが環境内にいることにより, 人の行動は通常と異なることが予想されるため, この手法では安全性を十分に確保することは難しい. また, Trautman は混雑した環境での移動ロボットの安全なナビゲーションを実現する研究を行っているが, 手法の検証に人ごみで人が歩行の様子を記録したデータセットを利用しており, 実際にロボットを使った実験は行っていない [2]. ロボットが存在することによる影響を考慮していないため, この手法を実環境で利用すると衝突の危険がある.

したがって, ロボットを人との共存環境下で安全かつ効率的に運用するためにはロボットが存在する環境における人の行動をモデル化する必要がある. 人の行動のモデル化により, ロボットが存在する環境での人の行動を予測することができるようになり, ロボットの軌道生成に役立てることができるようになる.

以上のことから, 本研究ではロボットの軌道生成のためにロボットが存在する環境での人の行動のモデル化を目的とする.

2. 先行研究

Matsumaru は, ロボット搭載のプロジェクトを用いてこれから移動する経路を地面に投影するなど, ロボット自身の移動の意図を周囲に伝える研究を行っている [3]. しかし

ながら, この研究では人がロボットに気づいている前提で行っている, ロボットの意図が正確に伝わらない可能性がある, などの問題点がある. Pacchierotti らは廊下における, 人とロボットのすれ違い実験を行い, 人とすれ違う際のロボットの最適な動作パラメータを検討している [4][5]. しかしながら, ロボットの速度や回避距離のパラメータを変化させ, その印象を実験参加者に評価してもらうだけの実験であり, 歩行者の予測に利用することはできない.

人の行動を定量的にモデル化した研究として Helbing らによる Social Force Model (SFM) [6] や Fukui らによるセルオートマトンモデル [7] がある. SFM は歩行者が環境から受ける仮想的な力の合力により移動するモデルである. セルオートマトンモデルでは環境をセルに分割し, 歩行者はルールに基づきセル間を移動するものとしている. しかしながら, SFM やセルオートマトンモデルにより導き出される歩行者の行動は人間らしいものとは言い難く, ロボットの軌道生成のための予測に用いることはできない.

3. アプローチ

本研究では, 人とロボットがすれ違う際の人の行動を予測できるモデルを目指す. まず, 人が他人とすれ違うときに, どのようにして相手の行動を予測しているかを考える. 我々は人とすれ違うとき, すれ違う相手がどのような意図をもって歩行しているかを考えている. 相手の表情, 視線, 姿勢, 動きなど様々な情報から相手の意図を推定する. そして, 相手の意図から歩行経路を予測し, ぶつからない経路を自分がとるように行動している. このことから, 人の意図を推定することが出来ればその行動を予測できると考えられる.

歩行しているときの人の意図は様々なものが考えられるが, すれ違いのときに現れる意図に限定した場合, 「このまま進むと対面する人とぶつかるから避けよう」, 「廊下の反対側に行きたいからこの人の前を横切ろう」, 「ぶつかりそうにないからこのまま進もう」のようなものが挙げられる. そして, これらのすれ違いのときの意図は「左(右)に避ける」, 「人の前を横切る」, 「人の横を通り過ぎる」と

いった行動のパターンとして記述できると考えられる．したがって，すれ違う相手がどの行動パターンで歩行しているかを推定できれば相手の行動を予測することができる．

そこで本研究では歩行者の行動は有限のパターンで表すことができると仮定し，その行動パターンに基づいてロボットとすれ違うときの歩行者の行動をモデル化する．

4. 行動パターンに基づく歩行者のモデル化

4.1 モデルの概要

本モデルは5つの項からなる $M = (Q, S, O, A, B)$ で表される．

$Q = \{q_1, \dots, q_L\}$ 行動パターンの有限集合

$S = \{s_1, \dots, s_M\}$ 位置の有限集合

$O = \{o_1, \dots, o_N\}$ 出力方向の有限集合

$A = \{a_i(s_j)\}$ 位置出力分布

$B = \{b_i(s_j, o_k)\}$ 方向出力確率分布

以下にそれぞれの項目について詳しく説明する．

4.1.1 行動パターン

行動パターン Q は，歩行者の意図を表現している．「ロボットを避ける」，「避けずに通り過ぎる」といった歩行者の意図の違いにより分類される．

4.1.2 位置

位置 S はロボットに対する歩行者の位置を表す（図1）．本研究では，座標を常にロボットの位置を原点とし，ロボットの進行方向を y 軸の正の方向とする．そして，ロボットの周辺をセルに分割し，歩行者の位置はセルで表現する．

$$s_j = (\alpha, \beta) \quad \text{if} \quad \begin{cases} X_\alpha \leq x < X_{\alpha+1} \\ Y_\beta \leq y < Y_{\beta+1} \end{cases} \quad (1)$$

ここで， x, y は観測された歩行者の位置座標， X_α, Y_β はセルの格子点である．

4.1.3 出力方向

出力方向 O はロボットに対する歩行者の進行方向を表す（図1）．出力方向も離散値で表す．

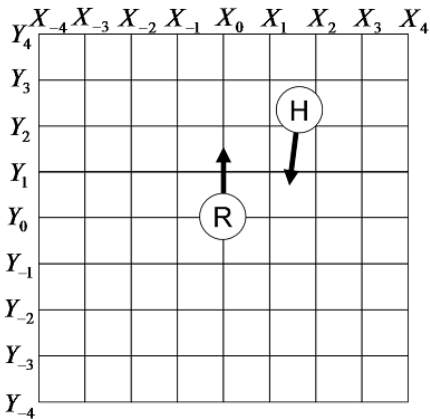


Fig.1 座標系

$$o_k = \gamma \quad \text{if} \quad \theta_\gamma \leq \arctan\left(\frac{\dot{y}}{\dot{x}}\right) < \theta_{\gamma+1} \quad (2)$$

$\dot{x}, \dot{y}$ は観測された歩行者の速度， θ_γ は歩行者の進行方向分割の境界である．

4.1.4 位置出力分布

位置出力分布はパターン q_i における位置 s_j を出力する分布である．これは各行動パターン毎にロボットに対して歩行者がどの位置にいる頻度が高いかを表す．位置出力分布は以下を満たす．

$$0 < a_i(s_j) \leq 1 \quad (3)$$

4.1.5 方向出力確率分布

方向出力確率分布 B はパターン q_i における位置 s_j に関して方向 o_k を出力する確率である．これは図2に示すように各行動パターン毎に歩行者がどの位置でどの方向に歩く確率が高いかを表す．方向出力確率分布は以下を満たす．

$$\sum_k b_i(s_j, o_k) = 1 \quad (4)$$

4.2 モデルパラメータの学習方法

モデルパラメータの学習は以下の3ステップから成り立つ．

1. ロボットを走行させ，すれ違う人のデータを収集
2. 収集したデータを行動パターン毎に分類
3. 各行動パターン毎の位置出力分布・方向出力確率分布を決定

次項より詳しい説明を述べる．

4.2.1 学習データ

ロボットを人がいる環境で走行させ，すれ違う人のロボットに対する位置座標の時系列データを学習データとして収集する．

$$\dot{I}_i^m = (x, y, t)^T = \begin{pmatrix} x_1, x_2, \dots \\ y_1, y_2, \dots \\ t_1, t_2, \dots \end{pmatrix} \quad (5)$$

x, y は時刻 t において観測された歩行者の位置座標である．この入力から最小二乗法により歩行者の速度を求める．

$$\dot{x}_\tau = \frac{n \sum_{h=\tau}^T t_h x_h - \sum_{h=\tau}^T t_h \sum_{h=\tau}^T x_h}{n \sum_{h=\tau}^T t_h^2 - \left(\sum_{h=\tau}^T t_h\right)^2} \quad (6)$$

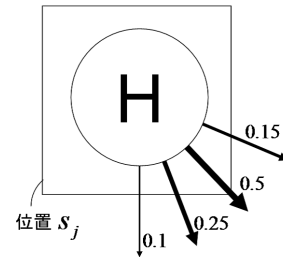


Fig.2 方向出力確率分布

$$\dot{y}_\tau = \frac{n \sum_{h=\tau}^T t_h y_h - \sum_{h=\tau}^T t_h \sum_{h=\tau}^T y_h}{n \sum_{h=\tau}^T t_h^2 - (\sum_{h=\tau}^T t_h)^2} \quad (7)$$

そして、式 (1), (2) で示したように入力を離散化する。以上の処理より得られる

$$I_i^m = \{(s^\tau, o^\tau)_i^m\} \quad (8)$$

を学習データとする。ここで、 $s^\tau = (\alpha^\tau, \beta^\tau)$, $o^\tau = \gamma^\tau$, i はパターン番号, m はデータ番号, τ はステップ番号, T は定数である。

4.2.2 位置出力分布の決定法

得られた学習データに関して、以下の手順により位置出力分布 $A = \{a_i(s_j)\}$ を決定する。

1. 各セルごとに歩行者が観測された回数を求める
2. 各セルに対して、正規分布による重み付けを行う
3. 最大値で全体を割る

セル s_j において歩行者が観測された回数を $N(s_j, o)_i^m$ とおくと位置出力分布 $a_i(s_j)$ は

$$a_i(s_j) = \frac{a'_i(s_j)}{\max a'_i(s_j)} \quad (9)$$

$$a'_i(s_j) = \sum_j f\left(\sum_m N(s_j, o)_i^m\right) \quad (10)$$

となる。なお、 $f(x)$ は正規分布を表す。以上の手順を各行動パターン毎に行う。

4.2.3 方向出力確率分布の決定法

得られた学習データに関して、以下の手順により方向出力確率分布 $B = \{b_i(s_j, o_k)\}$ を決定する。

1. 各セルにおいて観測された出力方向の回数を求める
2. 各方向に対して、wrapped normal distribution による重み付けを行う
3. 各セルに対して、正規分布による重み付けを行う
4. 各セル内で $\sum_k b_i(s_j, o_k) = 1$ となるよう正規化する

セル s_j において o_k の方向に進む歩行者が観測された回数を $N(s_j, o_k)_i^m$ とおくと方向出力確率分布 $b_i(s_j, o_k)$ は

$$b'_i(s_j, o_k) = \sum_k f\left(\sum_j g\left(\sum_m N(s_j, o_k)_i^m\right)\right) \quad (11)$$

$$b_i(s_j, o_k) = \frac{b'_i(s_j, o_k)}{\sum_k b'_i(s_j, o_k)} \quad (12)$$

となる。なお、 $g(x)$ は wrapped normal distribution を表す。位置出力分布と同様に、以上の手順を各行動パターン毎に行う。

4.3 行動パターンの推定

前節の手順により得られた位置出力分布 $A = \{a_i(s_j)\}$ と方向出力確率分布 $B = \{b_i(s_j, o_k)\}$ を用いることにより、観測中の歩行者がとっている行動パターンを推定することが出来る。入力

$$I = (s, o) \quad (13)$$

が得られたとき、ステップ τ における行動パターン i に関する尤度は

$$P_i^\tau = \prod_t a_i(s^t) b_i(s^t, o^t) \quad (14)$$

と求められる。

尤度 P_i^τ 最大の i がステップ τ における行動パターンであると推定される。

5. 歩行者の軌道予測

ロボットの安全な軌道生成のためには、歩行者の軌道予測が必要である。本節では、提案した歩行者の行動モデルに基づき、歩行者の将来軌道を予測する手法について述べる。

観測により推定された歩行者の行動パターンでは、その行動パターンの方向出力確率分布に従って歩行すると考えられる。そこで、本手法では推定された行動パターンのセル内での方向出力確率分布の最大値の方向を辿ることで歩行者の将来軌道を予測する。現在の観測ステップでの歩行者の位置 h_0 から t ステップ後の歩行者の予測位置 h_t は以下の式より求まる。

$$h_t = h_{t-1} + o_{\max} \dot{h} \tau \quad (15)$$

ここで、 $\dot{h}$ は歩行者の現在の速さ、 τ は予測ステップ間隔、 $o_{\max}$ は方向出力確率最大の方角である。

6. 実験

本モデルの有用性を検証するための実験を行った。実験は3部から構成される。実験はすべて、長さ 12m、幅 5m の通路で行った。実験に使用したロボットは全方向移動ロボット ZEN (図4) である。ZEN のサイズは幅 450mm、奥行き 450mm、高さ 720mm である。実験参加者とロボットの位置座標の取得に北陽電機製レーザ式測域センサ UTM-30LX を使用した。このセンサを図5に示すように、オクルージョンが発生しないよう実験環境の隅に対角線上に2つ設置した。センサの検出距離は 0.1 – 30m、走査角度は 270 度、角度分解能は 360°/1400 分割である。また、今回の実験での歩行者及びロボットの位置座標の取得間隔は 100ms であった。従って本実験での 1 ステップは 100ms とした。また、本実験での位置を表すセルは一辺 250mm の正方形とし、実験の通路を 48 × 20 のセルに分割した。歩行者の出力方向の分割数は 360° を 5° 刻みの 72 分割にした。

6.1 実験 1: モデルパラメータの学習

まず、本モデルのパラメータを決定するための実験を行った。

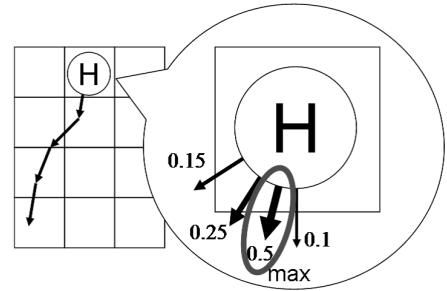


Fig.3 歩行者の軌道予測

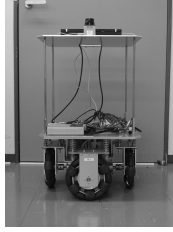


Fig.4 全方向移動ロボット ZEN

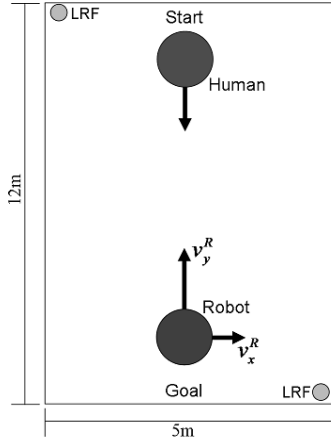


Fig.5 実験 1:概要

6.1.1 実験概要

本実験の概略を図 5 に示す．最初に実験参加者は上端，ロボットは下端にそれぞれ対面して位置する．実験参加者には，実験者の合図とともに歩行を開始しロボットと途中すれ違いつつ，ロボットの初期位置である下端を目的地として歩行するよう指示した．ロボットは実験参加者への合図と同時に走行を開始させた．ロボットの動作パラメータを下記の通りに変化させた．

$$\begin{aligned} v_x^R &= 0, -50, 50, -100, 100 \text{ mm/s} \\ v_y^R &= 400, 600, 800 \text{ mm/s} \end{aligned}$$

ロボットの速度の組み合わせは上記の x 軸方向 5 通りと y 軸方向 3 通りの合計 $5 \times 3 = 15$ 通りである．この 15 通りを 1 セットとして，合計 2 セットの試行を各実験参加者に対して行った．なお，順序効果を排除するため速度の組み合わせの順番はランダムに決定した．実験参加者は 20 代の男性 8 名で行った．

6.1.2 結果

今回の実験により，歩行者とロボットが対面してすれ違う際には

1. 正面から近づき，横に避ける
2. 最初から横に位置し，そのまま通り過ぎる
3. ロボットの前を横切り反対側に進む

の 3 つの行動パターンとその左右の違いの合計 6 パターンがあることが確認された．そして，学習データによりこれらの行動パターンの位置出力分布，方向出力確率分布を決定した．

6.2 実験 2:行動パターンの推定

2 つ目の実験により，本モデルにより行動パターンを正しく推定できるかを調べた．行動パターンが正しく推定できたか判別するために，実験参加者に各行動パターンの通りに動くように実験者側から指示を与えた．

6.2.1 実験概要

本実験の概略を図 6 に示す．実験 1 と同様に最初に実験参加者は上端，ロボットは下端にそれぞれ対面して位置する．実験参加者には，実験者の合図とともに歩行を開始しロボットと途中すれ違いつつ，下端の目的地へ歩行するよう指示した．実験 1 と違い本実験では，実験者が実験参加者に以下の 2 つに関する指示を与えた．

1. 歩行の開始地点
2. ロボットを回避する方向

開始地点は図 6 に示した 3 点のいずれか，回避する方向は左右いずれかである．以上の指示を与えることにより，実験 1 において確認された行動パターンの通りに実験参加者が動くよう仕組んだ．具体的には，開始地点が 1 (3) でロボットから見て左 (右) 側を避けた場合「最初から横に位置し，そのまま通り過ぎる」パターンで実験参加者が歩行することが考えられる．開始地点が 1 (3) ロボットから見て右 (左) 側を避けた場合「ロボットの前を横切り反対側に進む」パターンで歩行すると考えられる．開始地点が 2 の場合は「正面から近づき，横に避ける」パターンで歩行すると考えられる．そして，これらの開始地点と回避方向に対応する行動パターンを本実験により推定されるべき正しい行動パターンであるとする．

ロボットの動作パラメータは下記の通りである．

$$\begin{aligned} v_x^R &= 0 \text{ mm/s} \\ v_y^R &= 400, 600, 800 \text{ mm/s} \end{aligned}$$

以上のロボットの速度 3 通り，開始地点 3 通り，回避方向 2 通りの $3 \times 3 \times 2 = 18$ 通りの試行を各実験参加者に対して行った．実験 1 同様，順序効果を排除するため組み合わせの順番はランダムに決定した．実験参加者は 20 代の男性 4 名で行った．

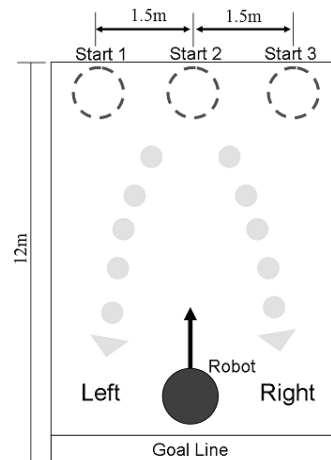


Fig.6 実験 2:概要

6.2.2 結果

本実験の結果を示す。本実験の試行は計 72 回行われた。尤度計算による行動パターンの推定は各観測ステップごとに行われる。実験概要で述べたとおり、各試行における実験参加者の開始地点・回避方向に対応する行動パターンと、観測結果により推定された行動パターンが等しいとき、推定された行動パターンは正しいとする。全観測ステップ中、正しい行動パターンを推定した割合を図 7 に示す。72 試行中 47 試行において、全観測ステップにおいて正しい行動パターンを推定することが出来た。

次に図 8 に正しい行動パターンを推定した最初のステップで各試行を分類した。なお、一旦正しい行動パターンを推定した後、間違った行動パターンを推定した試行については、再度正しい行動パターンを推定したステップを最初のステップとした。

72 試行中 65 試行において、10 ステップすなわち 1000ms 以内に正しい行動パターンを推定することが出来た。また、どの試行においても、最終的には正しい行動パターンを推定することが出来た。

6.2.3 評価

実験結果から分かるとおり、本モデルにより行動パターンを正確に早い段階で推定できることが示された。65/72 $\times$ 100 = 90.3% の試行において推定を開始してから 1000ms 以内に正しい行動パターンを推定することが出来ることを示した。

正しい行動パターンを推定するのに 1000ms 以上かかった試行の歩行者の移動軌跡の一例は図 9 に示すとおりである。歩行者は最初上端 $y = 12000$ から下端に向かって歩行している。白丸のプロットが、センサによって観測された歩行者の位置座標である。座標系は 4.1.2 項でも述べたよ

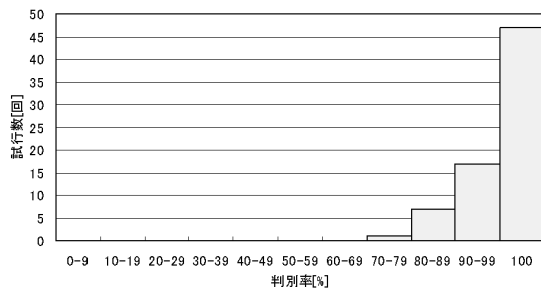


Fig.7 正しい行動パターンを推定した割合

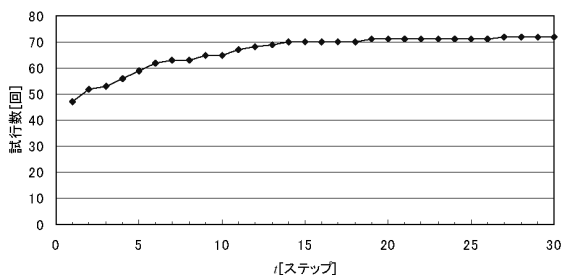


Fig.8 正しい行動パターンを推定した最初のステップ

うにロボットが中心である。このように、途中まで左右どちらともわからないような歩行の場合、正しい行動パターンの判断が遅れる傾向にある。

6.3 実験 3: 歩行者の軌道予測

最後に本モデルに基づく歩行者の軌道予測の有用性の検証を行った。

6.3.1 実験概要

本実験では、実験 2 で得られたデータを用いた。第 5 章で提案した歩行者の軌道予測手法を適用することにより、何ステップ後の歩行者の軌道をどの程度の正確さで予測することが出来るかを調べた。

長さ T ステップの試行において、 t ステップまで観測したときの $(t + \tau)$ ステップの予測と実際に観測された歩行者の位置との距離の差分 $d[\text{mm}]$ を $t = 1, 2, \dots, (T - 1)$, $\tau = 1, 2, \dots, (T - t)$ において調べた。予測により得られた軌道と実際の観測により得られた軌道がどれほど近いかににより予測の正確性を評価した。また、歩行者の行動をパターンで分類しない場合と比べて予測の正確さがどの程度優位かを検証した。

6.3.2 結果

予測結果と実際の歩行者の位置の差分 d の平均をステップごとに図 10 に示す。

図から分かるとおり予測ステップ数 τ が増加するにつれて、実際の歩行者の位置との差分 d は大きくなっている。

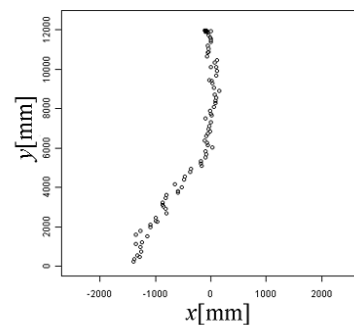


Fig.9 正しい推定が遅かった歩行者の動き

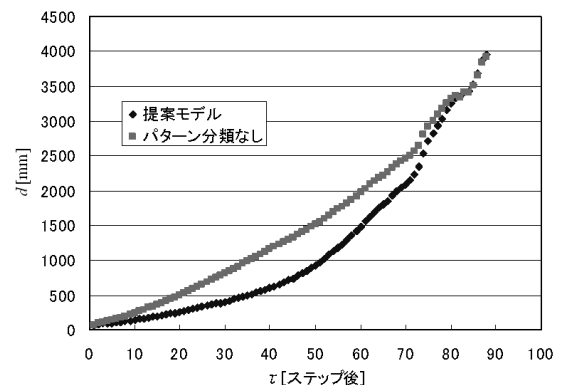


Fig.10 予測結果と実際の歩行者の位置の差分

Table 1 対応のある t 検定

	分類あり	分類なし
平均	1.2×10^3	1.5×10^3
標準偏差	1.1×10^3	1.1×10^3
自由度	87	
t 値	-14.3	
p 値	2.2×10^{-16}	

しかしながら 50 ステップ後、すなわち 5s 後の予測までは、実際の歩行者の位置との差分は 1m 以内に収まっている。これは、ロボットが安全性を確保しつつ走行するためには、十分な精度の予測であると言える。

6.3.3 評価

歩行者の行動をパターンに分類した場合と、パターンに分類せず学習をしモデルパラメータを決定した場合での予測の比較を行う。1 – 89 ステップ後までの全てのステップの予測の平均 (図 10) を用いて、行動をパターンに分類した場合と分類しなかった場合での実際の歩行者の位置との差分の違いについて有意水準 5% で対応のある t 検定を行った。

- 帰無仮説: 行動をパターンに分類した場合と分類しなかった場合では、歩行者の予測位置と実際の歩行者の位置の差分に違いはない

t 検定の結果を表 1 に示す。 p 値が 2.2×10^{-16} となり、有意水準よりも小さいので帰無仮説は棄却される。これにより、歩行者の行動をパターンに分類したほうが分類しなかったときと比べて、歩行者の予測の正確性が向上することが示された。

以上より、歩行者の行動をパターンに分類することの有効性を示すことが出来た。すなわち、歩行者の意図を行動のパターンとして記述することの妥当性を示すことができた。

7. まとめ

7.1 結論

本論文では人共存環境下でのロボットの運用を目指し、ロボットがいる環境での歩行者の行動のモデル化を実現した。歩行者の行動をある有限のパターンに分類し、その相対位置と進行方向の分布を学習により決定することとした。その分布を用いて尤度計算をすることにより、現在歩行者がとっている行動パターンを推定する手法を提案した。これにより、歩行者の将来軌跡の予測をすることが可能となった。

実機を用いた実験をすることにより、モデルパラメータの学習、行動パターンの推定が可能であることを示した。そして、歩行者の将来位置を十分な精度で予測することが可能であることを示した。また、歩行者の行動をパターンに分類した場合としない場合での比較実験を行うことにより、行動をパターンに分類することの妥当性を示した。

7.2 今後の展望

今後の展望として、本モデルに基づくロボットの軌道制御がまず挙げられる。本モデルを用いることで、歩行者の

予測を精度よく行えることが、ロボットの軌道生成に役立つであろう。また、歩行者が今回観測された行動パターンに従って歩行していることが推定されれば、それは歩行者がロボットを避けていることを示し、ロボットは回避行動をとる必要なく効率的に走行できると考えられる。そして、もし歩行者がどの行動パターンにも従っていないとすれば、それは歩行者がロボットに気づいていないもしくは避けようとしていない可能性があり、安全性の 1 つの指針となる。

謝辞

本研究の一部は、科研費若手研究 (A)22680017 の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] Thompson, S., Horiuchi, T. and Kagami, S. “A Probabilistic Model of Human Motion and Navigation Intent for Mobile Robot Path Planning”, In Proceedings of the 2009 International Conference on Autonomous Robots and Agents, pp. 663–668, 2009.
- [2] Trautman, P. and Krause, A. “Unfreezing the Robot: Navigation in Dense, Interacting Crowds”, In Proceedings of the 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 797–803, 2010.
- [3] Matsumaru, T. “Experimental Examination in Simulated Interactive Situation between People and Mobile Robot with Preliminary-announcement and Indication Function of Upcoming Operation”, In Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 3487–3494, 2008.
- [4] Pacchierotti, E., Christensen, H.I. and Jensfelt, P. “Human-Robot Embodied Interaction in Hallway Settings: a Pilot User Study”, In Proceedings of the 2005 IEEE International Workshop on Robot and Human Interactive Communication, pp. 164–171, 2005.
- [5] Pacchierotti, E., Christensen, H.I. and Jensfelt, P. “Evaluation of Passing Distance for Social Robots”, In Proceedings of the 2006 IEEE International Symposium on Robot and Human Interactive Communication, pp. 315–320, 2006.
- [6] Helbing, D. and Molnar, P. “Social Force Model for Pedestrian Dynamics” Physical Review E, Vol. 51, No. 5, pp. 4282–4286, 1995.
- [7] Fukui, M. and Ishibashi, Y. “Self-organized Phase Transitions in Cellular Automaton Models for Pedestrians”, Journal of the physical society of Japan, Vol. 68, No. 8, pp. 2861–2863, 1999.